$p \vee q \vee (r \wedge s)$

p	q	r	s	$S_1 = r$ and s	S_1 or q or p
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1

trasformare in CNF e DNF le seguenti formule

$$r \land (q \lor (\neg r \lor \neg q))$$

$$\downarrow$$

$$(r \land q) \lor (r \land s \land (\neg r \lor \neg q))$$

$$\downarrow$$

$$(r \land q) \lor \cancel{(r \land s \land \neg r)} \lor (r \land s \land \neg q)$$

$$(r \land q) \lor (r \land s \land \neg q) \rightarrow \text{DNF}$$

$$(r \lor r) \land (r \lor s) \land (r \lor \neg q) \land (q \lor r) \land (q \lor s) \land \cancel{(q \lor \neg q)}$$

$$r \land (r \lor s) \land (r \lor \neg q) \land (q \lor r) \land (q \lor s)$$

$$(A\setminus B)\cup(C\setminus B) = (A\cup C)\setminus B$$

$$\begin{array}{ccc} " & \supseteq & " \\ " & \subseteq & " \end{array}\Bigg\}$$ dimostrando queste cose dimostriamo che i membri sono uguali

$(\subseteq)$ $x\in(A\setminus B)\cup(C\setminus B) \Rightarrow x\in A$ e $x\notin B$ oppure $x\in C$ e $x\notin B$
$\Rightarrow x\in A\cup C$ e $x\notin B \Rightarrow x\in(A\cup C)\setminus B \Rightarrow (A\setminus B)\cup(C\setminus B)\subseteq(A\cup C)/B$

$(\supseteq)$ $x\in(A\cup C)\setminus B \Rightarrow x\in A\cup C$ e $x\notin B \Rightarrow x\in A$ e $x\notin B$
oppure $x\in C$ e $x\notin B \Rightarrow x\in A\setminus B$ oppure $x\in C\setminus B \Rightarrow$
$x\in(A\setminus B)\cup(C\setminus B) \Rightarrow (A\cup C)\setminus B\subseteq(A\setminus B)\cup(C\setminus B)$

esprimono lo stesso concetto quindi la formula iniziale è vera

---

$$(A\setminus C)\cap(B\setminus C)\cap(A\setminus B) = \emptyset$$

Supponiamo $\exists x\in(A\setminus C)\cap(B\setminus C)\cap(A\setminus B)$

se $x\in A\setminus C \Rightarrow x\in A$
se $x\in B\setminus C \Rightarrow x\in B$ però $x\notin(A\setminus B)$ quindi

$\cancel{*} \Rightarrow \nexists x\in(A\setminus C)\cap(B\setminus C)\cap(A\setminus B)$

per assurdo

Questi tipo di esercizi si possono risolvere con le tavole di verità

$A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$

$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

OR

A	B	C	$B \setminus C$	$C \setminus B$	$B \Delta C = (B \setminus C) \cup (C \setminus B)$	S_1: $A \setminus (B \Delta C)$	S_2: $(B \Delta C) \setminus A$	$S_1 \cup S_2$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1	0	1

A	B	C	$A \setminus B$	$B \setminus A$	$A \Delta B$	S_1: $C \setminus (A \Delta B)$	S_2: $(A \Delta B) \setminus C$	$S_1 \cup S_2$: $(A \Delta B) \Delta C$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1	0	1

Le colonne evidenziate sono uguali quindi l'equivalenza $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$ è stata dimostrata

Trasforma in CNF e DNF: $\neg(p \Rightarrow (q \vee (r \vee s)))$ (SLIDE 30)

$p \Rightarrow q = \neg p \vee q$

$\neg(\neg p \vee (q \wedge (r \vee s)))$

$p \wedge \neg(q \wedge (r \vee s))$

$p \wedge \neg q \vee \neg(r \vee s)$

$p \wedge \neg q \vee \neg r \wedge \neg s$

CNF

$p \wedge \neg q \vee \neg r \wedge \neg s$

$p \wedge (\neg q \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg s)$

DNF

$p \wedge \neg q \vee (\neg r \wedge \neg s)$

$(p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r \wedge \neg s)$

SLIDE 64

$(A \setminus B) \cap (C \setminus B) = (A \cap C) \setminus B$

$(\subseteq)$ Sia $x \in (A \setminus B) \cap (C \setminus B) = (A \cap C) \setminus B \Rightarrow x \in A$ e $x \in C$ ma $x \notin B$
$\Rightarrow x \in (A \cap B) \setminus B$

$(\supseteq)$ Sia $x \in (A \cap C) \setminus B \Rightarrow x \in A$ e $x \in C$ e $x \notin B \Rightarrow x \in (A \setminus B)$ e
$x \in (C \setminus B) \Rightarrow x (A \setminus B) \cap (C \setminus B)$

Il primo membro è contenuto nel secondo e viceversa
quindi sono uguali

$$(A\setminus B)\cup(B\setminus A)=(A\cup B)\setminus(A\cap B)$$

$\supseteq$ Sie $x\in(A\setminus B)\cup(B\setminus A) \Rightarrow x\in A$ e $x\notin B$ $\Rightarrow x\in(A\cup B)$ e $x\notin(A\cap B)$

$x\in B$ e $x\notin A$

$\Rightarrow x\in(A\cup B)\setminus(A\cap B)$

$\subseteq$ Sie $x\in(A\cup B)\setminus(A\cap B) \Rightarrow x\in(A\cup B)$ e $x\notin(A\cap B)$

$\Rightarrow \underline{x\in A \text{ oppure } x\in B}$ e $x\notin A\cap B$

se $x\in A$ $x\notin B$ $\Rightarrow x\in(A\setminus B)$ oppure $x\in(B\setminus A) \Rightarrow x\in(A\setminus B)\cup(B\setminus A)$

se $x\in B$ $x\notin A$

RIFL $(x,x) \in R$

SIMM $(x,y) \in R \quad (y,x) \in R$

TRANS $(x,y) \in R \quad (y,z) \in R \Rightarrow (x,z) \in R$

$R \doteq \{(1,2),(2,2),(3,4),(4,3)\}$

non è riflessiva perchè non sono tutti x,x

non è simmetrica perchè non tutti hanno il loro simmetrico

$R = \{(\underset{x}{1},\underset{y}{2}),(\underset{y}{2},\underset{z}{5}),(\underset{x}{1},\underset{z}{5})\}$

questo è un'insieme transitivo

R è rifless, sim, trans

S = // // //

R∩S è rifl?, sim? e trans?

R∪S è // // //

verifica riflessività

$(x,x) \in R$ e $(x,x) \in S \Rightarrow (x,x) \in R \cup S \Rightarrow R \cup S$ è riflessiva

$\Rightarrow (x,x) \in R \cap S \Rightarrow R \cap S$ è riflessiva

verifica simmetria

$(x,y) \in R$ e $(y,x) \in R$

$(x,y) \in S$ e $(y,x) \in S$

$\Rightarrow (x,y) \in R \cap S$ e $(y,x) \in R \cap S \Rightarrow R \cap S$ è simm

$(x,y) \in R \cup S$ e $(y,x) \in R \cup S \Rightarrow R \cup S$ è simm

Se $(x,y) \in R$ e $(y,z) \in R \Rightarrow (x,z) \in R \rightarrow$ sono trans

Se $(x,y) \in S$ e $(y,z) \in S \Rightarrow (x,z) \in S \rightarrow$ sono trans

$(x,y) \in R \cap S$ e $(y,z) \in R \cap S \Rightarrow (x,z) \in R \cap S \Rightarrow R \cap S$ è trans

R∪S è transitiva? Sappiamo che è falsa ?? quindi controesempio

$R = \{(\underset{x}{1},\underset{y}{2}),(\underset{y}{2},\underset{z}{3}),(\underset{x}{1},\underset{z}{3})\} \rightarrow$ trans

$S = \{(\underset{x}{3},\underset{y}{4}),(\underset{y}{4},\underset{z}{5}),(\underset{x}{3},\underset{z}{5})\} \rightarrow$ trans

$R \cup S \rightarrow$??

$R \cup S = \{ \underbrace{(1,2),(2,3),(1,3)}_{\text{fino è qua è trans}}, \underbrace{(3,4),(4,5),(3,5)}_{\text{qua non più}} \}$

x y y z ???

SLIDE 120

R è rifl? $d(x,x) = 0 < 10 \Rightarrow (x,x) \Rightarrow R \Rightarrow$ R è riflessiva

R è simm? $d(x,y) = d(y,x) < 10 \Rightarrow (x,y) \in R, (y,x) \in R$

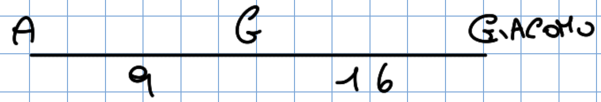
$\Downarrow$

R è simm

R è trans?

Se Aldo abita a 9 Km da Giovanni Aldo $\to R \to$ Giovanni

e se Giovanni abita a 7 Km da Giacomo Giovanni $\to R \to$ Giacomo



Aldo $\to \not R \to$ Giacomo